Моделирование функциональной надёжности магистрального трубопровода

Самойленко Н.И., Костенко А.Б., Гавриленко И.А.,Сенчук Т.С.
Харьковская национальная академия городского хозяйства

Магистральная трубопроводная система с двумя параллельными нитками показана на рисунке.

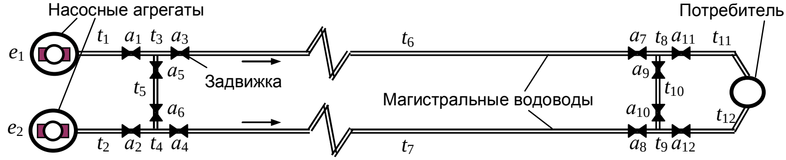

Схема магистральной трубопроводной системы

При цифровом моделировании трубопроводной системы возникает необходимость в определении логической функции $L(z_1, z_2, x_1, x_2, ..., x_{12}, y_1, y_2, ..., y_{12})$ функциональной надежности системы, т.е. способности системы непрерывно поставлять целевой продукт (воду, газ, тепло, нефть и т.п.) потребителю в зависимости от надёжности конструктивных элементов системы. Здесь z_1, z_2 – булевы переменные, принимающие истинное значение при исправности насосных агрегатов, соответственно e_1 и e_2; x_i – булева переменная для трубопроводного участка t_i, $i = \overline{1,12}$; y_j – булева переменная для задвижки a_j, $j = \overline{1,12}$.

Чтобы определить логическую функцию L, необходимо построить таблицу ее истинности, включающую 2^n строк, где n = 26 (количество булевых переменных). Такая таблица насчитывает 67 108 864 строк. Только с ее помощью можно сформировать совершенную дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ) логической функции L.

Чтобы избежать построения таблицы истинности функции L и формирования совершенной ДНФ, содержащей миллионы членов, предлагается сформировать сокращенную ДНФ функции L, не прибегая к процедуре получения сокращенной ДНФ из совершенной ДНФ. Сделать это позволяет специфика функции L.

С целью дальнейшего формирования сокращенной ДНФ определим все возможные цепочки конструктивных элементов, обеспечивающие транспорт целевого продукта от источника к потребителю:

$$1)\ e_1 t_1 \to a_1 t_3 a_5 a_3 \to t_6 \to a_7 t_8 a_9 a_{11} \to t_{11};$$

$$2)\ e_1t_1 \to a_1t_3a_5a_3 \to t_6 \to a_7t_8a_9a_{11} \to t_{10} \to a_{10}t_9a_8a_{12} \to t_{12};$$

$$3)\ e_1t_1 \to a_1t_3a_3a_5 \to t_5 \to a_6t_4a_2a_4 \to t_7 \to a_8t_9a_{10}a_{12} \to t_{12};$$

$$4)\ e_1t_1 \to a_1t_3a_3a_5 \to t_5 \to a_6t_4a_2a_4 \to t_7 \to a_8t_9a_{10}a_{12} \to t_{10} \to a_9t_8a_7a_{11} \to t_{11};$$

$$5)\ e_2t_2 \to a_2t_4a_6a_4 \to t_7 \to a_8t_9a_{10}a_{12} \to t_{12};$$

$$6)\ e_2t_2 \to a_2t_4a_6a_4 \to t_7 \to a_8t_9a_{10}a_{12} \to t_{10} \to a_9t_8a_7a_{11} \to t_{11};$$

$$7)\ e_2t_2 \to a_2t_4a_6a_4 \to t_5 \to a_5t_3a_1a_3 \to t_6 \to a_7t_8a_9a_{11} \to t_{11};$$

$$8)\ e_2t_2 \to a_2t_4a_6a_4 \to t_5 \to a_5t_3a_1a_3 \to t_6 \to a_7t_8a_9a_{11} \to t_{10} \to a_{10}t_9a_8a_{12} \to t_{12}.$$

Любая цепочка является работоспособной, если одновременно исправны все конструктивные элементы этой цепочки. Так, работоспособность первой цепочки определится логической конъюнкцией $z_1x_1y_1x_3y_5y_3x_6y_7x_8y_9y_{11}x_{11}$, второй – $z_1x_1y_1x_3y_5y_3x_6y_7x_8$ $y_9y_{11}x_{10}y_{10}x_9y_8y_{12}x_{12}$ и т.д. При этом значения булевых переменных, не входящих в конъюнкции, никакого влияния на работоспособность соответствующей цепочки не оказывают. Этот факт и позволяет получить сокращенную ДНФ функции L без предварительного формирования совершенной ДНФ.

Магистральная трубопроводная система будет отвечать своему назначению, если хотя бы одна из перечисленных цепочек будет работоспособна. Таким образом, функциональная надёжность системы может быть описана логической функцией

$$\begin{gathered}
L_{сокр} = z_1x_1y_1x_3y_5y_3x_6y_7x_8y_9y_{11}x_{11} \vee \\
z_1x_1y_1x_3y_5y_3x_6y_7x_8y_9y_{11}x_{10}y_{10}x_9y_8y_{12}x_{12} \vee \\
\vee z_1x_1y_1x_3y_3y_5x_5y_6x_4y_2y_4x_7y_8x_9y_{10}y_{12}x_{12} \vee \\
\vee z_1x_1y_1x_3y_3y_5x_5y_6x_4y_2y_4x_7y_8x_9y_{10}y_{12}x_{10}y_9x_8y_7y_{11}x_{11} \vee \\
\vee z_2x_2y_2x_4y_6y_4x_7y_8x_9y_{10}y_{12}x_{12} \vee z_2x_2y_2x_4y_6y_4x_7y_8x_9y_{10}y_{12}x_{10}y_9x_8y_7y_{11}x_{11} \vee \\
\vee z_2x_2y_2x_4y_6y_4x_5y_5x_3y_1y_3x_6y_7x_8y_9y_{11}x_{11} \vee \\
\vee z_2x_2y_2x_4y_6y_4x_5y_5x_3y_1y_3x_6y_7x_8y_9y_{11}x_{10}y_{10}x_9y_8y_{12}x_{12}\,. \qquad (1)
\end{gathered}$$

Полученная функция (1) совпадает с сокращенной ДНФ функции L. Запись сокращенной ДНФ (1) допускает дальнейшее упрощение:

$$\begin{gathered}
L_{упр} = z_1x_1y_1x_3y_5y_3((x_6y_7x_8y_9y_{11}(x_{11} \vee x_{10}y_{10}x_9y_8y_{12}x_{12}) \vee \\
\vee (x_5y_6x_4y_2y_4x_7y_8x_9y_{10}y_{12}(x_{12} \vee x_{10}y_9x_8y_7y_{11}x_{11}))) \vee \\
\vee z_2x_2y_2x_4y_6y_4((x_7y_8x_9y_{10}y_{12}(x_{12} \vee x_{10}y_9x_8y_7y_{11}x_{11}) \vee \\
\vee (x_5y_5x_3y_1y_3x_6y_7x_8y_9y_{11}(x_{11} \vee x_{10}y_{10}x_9y_8y_{12}x_{12})))\,. \qquad (2)
\end{gathered}$$

Вычисление логического выражения (2) следует осуществлять в следующем порядке:

$$A = y_1 x_3 y_3 y_5 \,; \quad B = y_2 x_4 y_4 y_6 \,; \quad C = y_7 x_8 y_9 y_{11} \,; \quad D = y_{10} x_9 y_8 y_{12} \,;$$

$$E = x_{11} \vee x_{10} D x_{12} \,; \quad E = x_{12} \vee x_{10} C x_{11} \,;$$

$$L_{упр} = z_1 x_1 A(x_6 CE \vee x_5 B x_7 DF) \vee z_2 x_2 B(x_7 DF \vee x_5 A x_6 CE) \,. \qquad (3)$$

Математическая модель (3) является основным научным результатом данной работы. Она описывает способность системы на рисунке выполнять функциональную задачу в каждый момент времени в зависимости от состояния её конструктивных элементов.

Логическое выражение (3) необходимо:

– при цифровом моделировании магистральной системы, когда последовательный анализ $L_{упр}$ обеспечивает накопление информации для расчета функциональной надежности системы статистическим методом;

– для построения математической модели функциональной надёжности при проектировании систем без привлечения имитационного моделирования.

Полученная модель (3) не учитывает влияние трубопроводных стыков на функциональную надёжность системы. Однако нет никаких принципиальных препятствий для проведения такого учета. При этом можно обойтись без ввода дополнительных логических переменных.